









## FRACTALES

20 de febrero del 2008

### SINOPSIS

	<p>Cuando ves una esfera la reconoces de inmediato. Y cuando ves una burbuja, una gota de agua y una manzana sabes que tienen una forma en común: la forma esférica.</p>	
	<p>Pero si te pongo delante fotos de una coliflor, un rayo y un árbol, sabrías decir qué tienen en común? No es tan fácil.</p>	
	<p>Si cortas una rama de un árbol, ¿verdad que se parece al árbol entero?. Pero si cortas un gajo de manzana, poco se parece a la manzana entera. Una coliflor está hecha de pequeñas coliflores y un rayo, de muchos rayos. Pero un burbuja de jabón no está hecha de muchas burbujas</p> <p>Una gota de agua es lisa, como la piel de una manzana o una burbuja, pero la coliflor es rugosa.</p> <p>Una burbuja es siempre esférica pero los rayos no siempre son iguales: cada vez que caen tienen formas diferentes, pero siempre con una esencia común- nunca confundirías un rayo con otra cosa, aunque</p>	



	<p>no haya dos iguales.</p> <p>Conoces un montón de formas (el círculo, el triángulo, el hexágono, el cuadrado). Hoy te toca descubrir una nueva, curiosa como pocas y que podemos encontrar en la naturaleza, incluso dentro de nuestro cuerpo. Es la forma fractal, y tus nuevos amigos son los fractales.</p>	
--	--	--

### **QUEREMOS EXPLICAR**

*Los fractales son formas geométricas. Son un poco más difíciles de entender que las que conocemos (circunferencia, triángulo,...) pero mucho más curiosas y abundantes.*

*Los fractales se definen una propiedad conocida como autosemejanza.*

*El mundo inerte y el vivo está plagado de fractales y no por capricho. La forma fractal tiene su función en las plantas y en los humanos, solo por poner un ejemplo.*

*Al ser formas geométricas, lo que subyace a un fractal son matemáticas*

### **ÍTEMS PRINCIPALES**

#### **AUTOSEMEJANZA EN EL MUNDO VEGETAL Y ANIMAL**

Tu madre vuelve de la compra con un raro espécimen híbrido entre brócoli y coliflor llamado romanescu. En vez de lamentarte por tener que cenar verdura “otra vez”, te propongo un experimento. Corta una rama





y obsérvala. No me digas que no es como un bonsái de romanescu: igual pero más chiquito. Y de esa rama corta otra rama: misma estructura pero en miniatura. Un romanescu está hecho de pequeños romanescus. Las partes se parecen al todo y las partes de las partes, también. Ahora prueba con un melón: cómo podrías cortar un melón para que cada cacho fuera un pequeño melón? No puedes. El romanescu es fractal (autosemejante) y el melón no.

Tu padre está en el jardín trabajando en el almendro. Es diciembre y el pobre está sin hojas ni flores. Si has pillado lo del romanescu ahora te será fácil entender al almendro. Cualquier pedazo del almendro que contenga las puntas terminales se



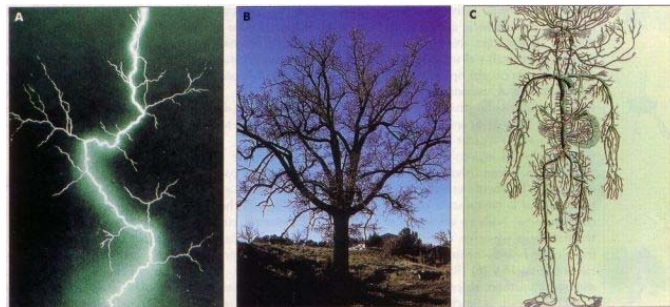
parece al árbol entero. De hecho tu padre está sacando una rama del árbol para dárselo al vecino, que plante el esqueje y así él también tenga un almendro. De repente lo que era una rama, se convertirá en un árbol: las partes son el todo. Este segundo almendro no será igual al primero, pero tendrá la misma propiedad: será fractal, es decir, autosemejante.

Al mundo vegetal le encanta la forma fractal. Si lo hemos entendido con las ramas de los árboles, seguro que también lo podemos imaginar con las raíces. Muchas hojas también son fractales y esto es fácil de ver en los helechos. Las tres fotografías siguientes son tres ampliaciones de hojas de helechos. Vemos cómo las formas se repiten. De hecho hasta un ordenador puede dibujar un helecho con una instrucción simple que se repite muchas veces.



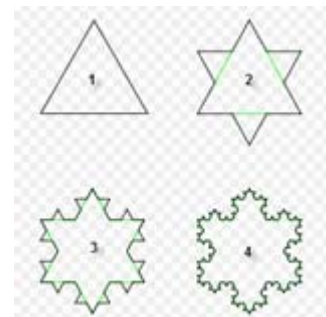


Y el mundo animal? Un perro no está hecho de pequeños perros...y si le cortas una pata no te crecerá un perro nuevo como con un esqueje. Parecería que los humanos y el resto de los animales no somos fractales, de un dedo no nos salen cinco dedos,...Cierto, no somos fractales por fuera, pero sí por dentro. Si nos fijamos en el sistema circulatorio, en el sistema nervioso o en lo bronquios de cualquier vertebrado, encontraremos formas fractales semejantes alas del almendro o a las de los rayos. Algunos invertebrados como las estrellas de mar o las medusas sí son fractales.



### **DIBUJAR UN FRACTAL: EL COPO DE NIEVE Y EL MUNDO INERTE**

Dibujar un círculo es fácil...con un compás. Pinchas en un punto y la mina dibuja un línea cuyos puntos están todos a la misma distancia de donde has pinchado (el centro). Seguro que también sabes dibujar un cuadrado un triángulo o un hexágono. ¿Cómo se dibuja un fractal?

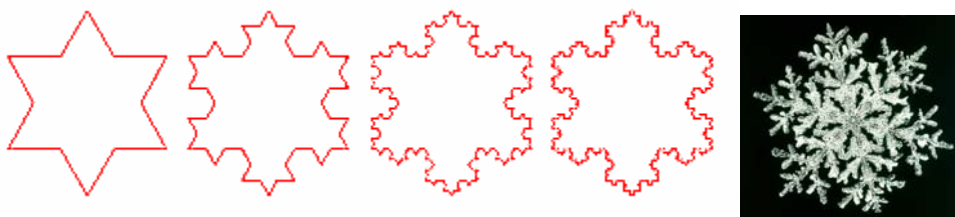


Hagamos un ejemplo:

Empezamos con un triángulo equilátero (figura 1). Dividimos cada lado del triángulo en tres partes iguales. La parte central la reemplazamos por dos líneas del mismo tamaño. Así hemos creado “otro triángulo” en cada lado del



primer triángulo. Ahora tenemos una estrella que tiene 6 triángulitos, es decir 12 segmentos (figura 2). Con cada segmento podemos repetir la operación y acabaríamos teniendo 18 triángulitos (figura 3). Y podríamos volver a hacerlo tantas veces como queramos (figuras 4 y 5).



El fractal que acabamos de construir se conoce como la curva de Koch. De hecho no hace falta empezar con un triángulo, si solo nos quedamos con uno de los lados del triángulo (un recta) se puede construir una curva de Koch siguiendo el mismo protocolo

<http://www.matematicas.unal.edu.co/revistas/lecturas/graficas/57.gif>

Este es solo uno de los millones de tipos de fractales que existen. Lo elegimos porque se parece mucho a la forma que adoptan los copos de nieve. Lo curioso es que aunque a cada instante caigan miles de millones de copos de nieve en la Tierra, todos son diferentes, no hay dos idénticos. Pero sí tienen algo en común: son fractales.

Igual que la curva de Koch está hecha de pequeños triángulos, los copos de nieve están hechos de pequeñas cosas que se repiten. Esta propiedad se conoce como **autosemejanza**: las partes se parecen al todo, y las partes de las partes, también se parecen al todo. Una parte bien ampliada da el pego por el todo.

Hay dos características más que definen los fractales:

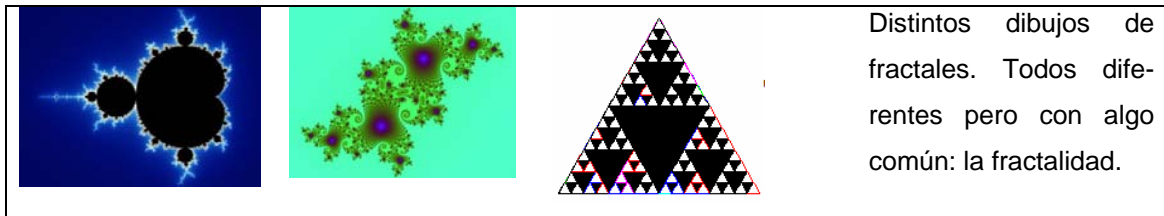
**Su forma irregular:** no se pueden describir de la misma forma que un círculo (todos los puntos que están a la misma distancia del centro). Se describen por la forma en que se crean: como el protocolo que hemos seguido para hacer la curva de Koch



**Su complejidad infinita:** como cada parte es similar al todo, y como el todo es complejo, el fractal es infinitamente complejo: las partes de las partes de las partes son complejas, igual que sus partes.



Hay muchos tipos de fractales, con formas muy bonitas, y a simple vista todos ellos no se parecen en nada. Falso: se parecen en que son autosemejantes. Esa es la definición de fractal (figura autosemejante), del mismo modo que la definición de circunferencia es: todos aquellos puntos que están a la misma distancia de un punto.



En un fractal hay una instrucción simple (como la de los triángulos) que se repite muchas veces. En el caso del círculo, la instrucción solo se repite una vez. Un fractal “nunca se acaba” : idealmente hay que repetir la instrucción infinitas veces. Esto en el mundo de la matemática y los ordenadores. En la naturaleza se repiten 7 u 8 veces.



## ¿POR QUÉ LA NATURALEZA ELIGE LA FORMA FRACTAL?

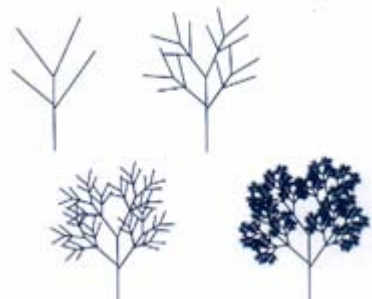
Las formas de la naturaleza, vivas o inertes, no las ha diseñado “alguien” por capricho estético. Las formas tienen su función. Los fractales son muy bonitos, pero sobre todo son útiles. Las plantas crecen de forma fractal para poder sobrevivir, los humanos somos fractales por dentro para que cada célula reciba su energía, los copos de nieve son más estables gracias a su estructura fractal.

### **El mundo inerte**

Cuando nos tropezamos en la naturaleza con una forma, no es por casualidad. Es porque esta forma tiene una alta probabilidad de salir en la foto, es decir, porque es estable. Si fuera inestable ya se habría deshecho y no la encontraríamos. La forma fractal hace que ciertas cosas estén y continúen estando. La autosemejanza de los cristales de hielo los hace estables y por eso los encontramos.

### **El mundo vivo**

Las plantas necesitan recibir el agua de la lluvia, el oxígeno del aire, la luz del sol y los nutrientes del suelo. La estructura fractal es ideal para aprovechar al máximo el contacto con el exterior que es de donde consiguen estos “alimentos” básicos. Las



raíces deben crecer de tal modo que consiga llegar al máximo número de nutrientes. Las hojas deben ocupar el espacio de la manera que mejor aprovechen los rayos del sol. En unos y otros la selección natural encontró en los fractales la forma óptima de conseguirlo. Gracias a los fractales la superficie aumenta, y es por la superficie por donde las plantas consiguen sus “alimentos”...así que qué mejor que aumentarla!

### **El cuerpo humano**

Los humanos no dependemos (tanto) de la luz del sol ni de los nutrientes del suelo. Respiramos por dos agujeritos en la nariz y comemos por la boca. Tener mucha superficie de contacto con el





exterior no nos es útil. Por eso no somos fractales por fuera. Pero nuestro cuerpo es grande y necesita mantenimiento. Y la estructura fractal es la solución más efectiva y económica que ha encontrado la selección natural para que cada punto de nuestro cuerpo reciba la energía y los nutrientes que necesita.

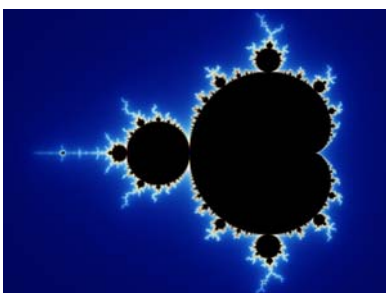
El sistema circulatorio, por ejemplo, tiene una estructura fractal. Los vasos sanguíneos que va desde la aorta a los capilares, se ramifican y dividen en una estructura fractal hasta llegar hasta todos los puntos del cuerpo suministrando uno de los bienes más importantes: la sangre. Y todo esto sin ocupar demasiado espacio. Aunque venas y arterias cubren todo nuestro cuerpo, la superficie que ocupan no es más que el 5%.



Las redes neuronales, los bronquios o el sistema digestivo también siguen una estructura fractal.

### **POSIBLES METÁFORAS FRACTALES**

A Benoit Mandelbrot, el inventor de la geometría fractal, le gusta hablar de “lo rugoso” (en contraposición a lo suave) al tratar de los fractales. Una esfera (ideal) es lisa mientras que el perfil de la costa de un acantilado es rugosa. Al principio las matemáticas solo se preocupaban de lo que consideraban formas perfectas, como la elipse – trayectoria de un planeta alrededor del Sol. Pero si nos fijamos a nuestro alrededor hay muchas más cosas rugosas, es decir, fractales. Gracias al trabajo de Mandelbrot, estas cosas tienen su descripción matemática.



El gran Benoit tiene un fractal a su nombre: el conjunto de Mandelbrot:

Y aquí hay un video que explica cómo se va repitiendo:

<http://www.youtube.com/watch?v=ivRQDbAduoM>





A Jorge Wagensberg le gusta decir que los fractales colonizan ( como la esfera protege, el hexágono pavimenta, etc...). Las plantas ocupan el espacio de forma fractal, es decir, lo colonizan: lo ocupan pero mantienen mucha superficie de contacto con este espacio para aprovecharlo.

### **APLICACIONES DE LOS FRACTALES**

Hay matemáticos expertos en fractales, pero cada vez más hay geólogos, biólogos, físicos e incluso artistas interesados en los fractales. Estas formas son mucho más abundantes de lo que nos pensamos y desde hace poco se vienen descubriendo nuevos campos que necesitan de la geometría fractal para comprenderse.

Los fractales también están muy relacionados con la teoría del caos. Las turbulencias, por ejemplo, tienen estructura fractal.

### ***POSIBLES VISUALIZACIONES***

#### **Meter un DVD en el microondas**

Al meter un DVD en el microondas lo que conseguimos es un fenómeno parecido a los rayos de una tormenta. Las microondas crean corrientes en la capa de aluminio del DVD y lo vaporizan. Se crean chispas y la estructura que queda tras 5 segundos en el horno es un fractal.



Con un generador de Van de Graaff se pueden visualizar rayos, con formas fractales como las raíces de un árbol, o sus ramas.





### Los platos rotos

Todos los metales, todos los cristales y todos los materiales de otro tipo, una vez rotos, presentan la misma rugosidad fractal. Cuando rompes un plato en casa estás creando un fractal. Lo mismo sucede con las fallas geológicas o cuando el barro seco se resquebraja.

### Experimento de fractales

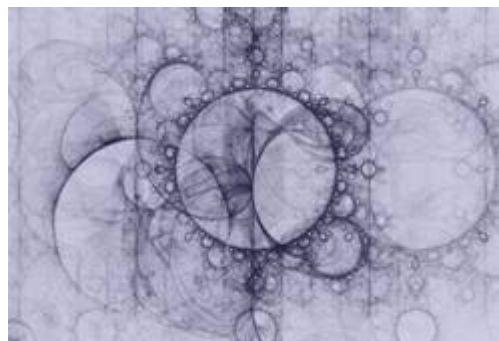
Dos plaquitas de vidrio con silicona en medio y un sistema para controlar la presión entre ellas nos permite visualizar fractales. Dependiendo de la presión entrará más o menos aire y dará lugar a formas en la silicona.



### Arte fractal

Hay muchas fotografías de arte fractal y videos de fractales artísticos que sirven para entender la autosemejanza. En los videos se ve un zoom infinito y cómo las estructuras se repiten una y otra vez. (Hay un REDES de fractales y se pueden sacar de ahí)

Hay artistas más clásicos que han trabajado formas fractales, sin llamarlas así. Es el caso de Hokusai (y su Ola)





### **Paisaje fractal**

Las montañas, los acantilados, los ríos, todos tienen componentes fractales, son rugosos.

### **La Guerra de las Galaxias**

Parece ser que las imágenes de países extraterrestres en la película de la Guerra de las Galaxias, son fractales generados por ordenador. Hoy en día se siguen utilizando en los efectos especiales en las películas.

### ***INFORMACION ADICIONAL***

Siguiendo los links de youtube presentado se pueden llegar a muchos videos de fractales ampliados. Por ejemplo:

[http://www.youtube.com/watch?v=G\\_GBwuYuOOs](http://www.youtube.com/watch?v=G_GBwuYuOOs)

Hay una entrevista a Mandelbrot:

<http://www.youtube.com/watch?v=npOwA6fXevE>